

Trabajo Práctico N°8

- La fecha de entrega del TP, como fecha límite, es el día viernes 11 de septiembre
- Deben estar prolijamente hechos con letra clara y en orden. Recuerden de enviar los procedimientos de los ejercicios no solo los resultados. En lo posible que el archivo este en PDF.

Las dudas se pueden evacuar en la siguiente dirección de correo electrónico, indicando nombre de alumna/o, curso y escuela. marielarauch@gmail.com, si los alumnos necesitan tener una consulta por Meet, la misma se le deberá solicitar a la profesora a través su correo electrónico, y se acordará un encuentro.

Trabajo Práctico N°8: PROPIEDADES DEL LOGARITMO

Propiedades de los logaritmos

1. $\log_a 1 = 0 \Leftrightarrow a^0 = 1$

$$\log_3 1 = 0 \Leftrightarrow 3^0 = 1$$

2. $\log_a a = 1 \Leftrightarrow a^1 = a$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}$$

3. $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y \wedge x > 0 \wedge y > 0$

$$\log_5 (5 \cdot 25) = \log_5 5 + \log_5 25 = 1 + 2 = 3$$

4. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y \wedge x > 0 \wedge y > 0$

$$\log_3 \frac{81}{27} = \log_3 81 - \log_3 27 = 4 - 3 = 1$$

5. $\log_a b^n = n \cdot \log_a b$

$$\log_6 216^4 = 4 \cdot \log_6 216 = 4 \cdot 3 = 12$$

Vamos a explicar las propiedades...

1) $\log_a 1 = 0$ esto significa que si el argumento es 1, no importa cuanto sea el valor de la base, el resultado de este logaritmo siempre será "0".

Porque cualquier número elevado a la cero, siempre da como resultado 1.

$$a^0 = 1 \text{ (con } a \neq 0)$$

Por ejemplo: $\log_{345} 1 = 0$, pues $345^0 = 1$

2) $\log_a a = 1$ esto significa que si la base y el argumento son iguales, el resultado de este logaritmo siempre será 1. Porque cualquier número elevado a la 1 da el mismo número.

Por ejemplo: $\log_{56} 56 = 1$, pues $56^1 = 56$

3) $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$ Esto significa que si dentro del argumento tengo una multiplicación, puedo separar en dos logaritmos con la operación de la suma de por medio.

$$\begin{aligned} \text{Por ejemplo: } \log_2(8 \cdot 16) &= \log_2 8 + \log_2 16 \\ &= 3 + 4 = 7 \end{aligned}$$

Esta propiedad puede ser utilizada al revés, por ejemplo en vez de tener una multiplicación dentro del argumento me dan una suma de dos logaritmos.

$$\begin{aligned} \log_2 4 + \log_2 8 &= \log_2(4 \cdot 8) = \log_2(32) = 5 \\ 2 + 3 &= 5 \end{aligned}$$

Los resultados deben dar lo mismo.

4) $\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$ esto significa que si dentro del argumento tengo una división, puedo separar en dos logaritmos con la operación de la resta de por medio.

$$\begin{aligned} \text{Por ejemplo: } \log_2 \left(\frac{16}{8}\right) &= \log_2 16 - \log_2 8 \\ &= 4 - 3 = 1 \end{aligned}$$

Esta propiedad puede ser utilizada al revés, por ejemplo en vez de tener una división dentro del argumento me dan una resta de dos logaritmos.

$$\begin{aligned} \log_2 8 - \log_2 4 &= \log_2(8 : 4) = \log_2(2) = 1 \\ 3 - 2 &= 1 \end{aligned}$$

Los resultados deben dar lo mismo

5) $\log_a b^n = n \cdot \log_a b$ esto quiere decir, que si en el argumento tengo una potencia, puedo al exponente bajarlo como una multiplicación al lado del logaritmo.

$$\begin{aligned} \text{Por ejemplo: } \log_3 9^4 &= 4 \cdot \log_3 9 \\ &= 4 \cdot 2 = 8 \end{aligned}$$

Son propiedades que nos van a ser muy útiles a la hora de ver ecuaciones logarítmicas, así que a tenerlas muy en cuenta!!

Antes de realizar los ejercicios observa los siguientes videos:

<https://www.youtube.com/watch?v=vcLE0wNTdXo>

<https://www.youtube.com/watch?v=6kiXVr3mVp8>

<https://www.youtube.com/watch?v=iYxfaDPLKbU>

<https://www.youtube.com/watch?v=EiOFGGhWLIY>

EJERCICIO 1: Resolver los siguientes logaritmos aplicando propiedades.

$$a) \log_4(16.64) = \quad b) \log_2 32 - \log_2 16 = \quad c) \log_6(216:36) =$$

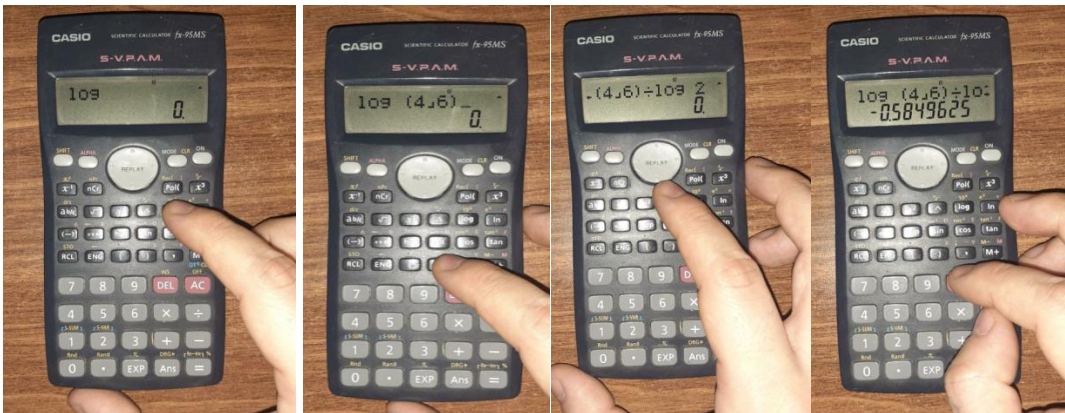
$$d) \log_8(8^3) = \quad e) \log_3 3 + \log_3 27 = \quad f) \log_2 4 - \log_2 6 =$$

Seguramente en el último ejercicio se te dificultó encontrar la solución. Para esto vamos a dejar en claro cómo utilizar la calculadora para resolver un logaritmo.

Supongamos en el último ejercicio aplicamos la propiedad...

$$\log_2 4 - \log_2 6 = \log_2 \left(\frac{4}{6} \right) = \dots$$

En la calculadora vamos a hacer...

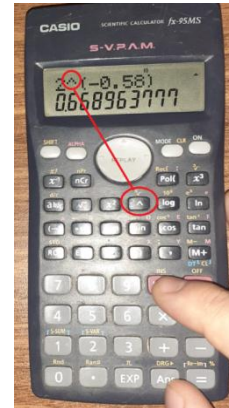


Es decir, lo que hacemos en la calculadora es

$$\log \left(\frac{4}{6} \right) : \log 2 = -0,585$$

Logaritmo del argumento dividido logaritmo de la base.

Podemos verificar el resultado realizando... $2^{(-0,585)} = 0,66666.. = \frac{4}{6}$



EJERCICIO2: Resolver los siguientes logaritmos sin calculadora y verificar el resultado utilizando la misma.

a. $\log_4 8 + \log_4 512 =$ _____

d. $\log_6 1080 - \log_6 5 =$ _____

b. $\log_{18} 486 + \log_{18} 12 =$ _____

e. $\log 0,0002 - \log 2 =$ _____

c. $\log_{15} 75 + \log_{15} 45 =$ _____

f. $\log_2 224 - \log_2 7 =$ _____
