CPEM N°46
MATEMATICA
Cursos: 5ºD **Prof: Mariela Rauch**

Antes de comenzar con el **Práctico N° 6** y teniendo en cuenta que las clases presenciales continúan suspendidas, acordemos que:

- Todos los prácticos deberán ser enviados al mail: marielarauch@gmail.com (pueden ser fotos, de ser varias las imágenes mandar más de un mail)
- En dicho mail debe figurar **nombre, curso del alumno/a y escuela**
- Los trabajos deben estar prolijos y ordenados.
- Si se envían fotos revisar la claridad de estas y colocarlas todas en posición vertical.
- Se deberá entregar el trabajo en formato papel cuando comiencen las clases presenciales.

FECHA DE ENTREGA DE PRACTICO N° 6: 26 de junio

TRABAJO N°6

Función Cúbica

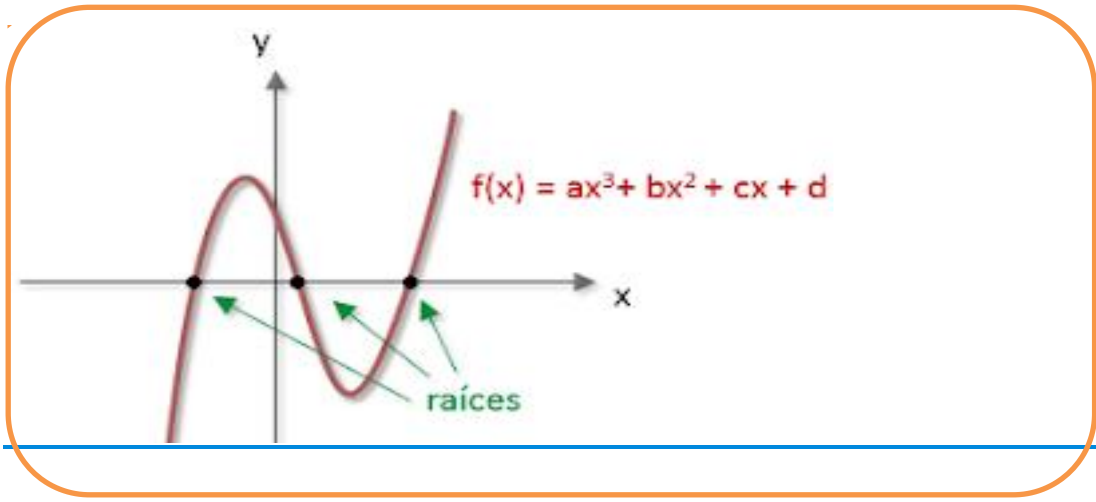
La Función Cúbica (o Función Polinómica de Tercer Grado) es aquella que tiene la siguiente expresión:

$$\boxed{\boldsymbol{f(x) = a.x^3 + b.x^2 + c.x + d}}$$

$\boldsymbol{d}onde\ a, b, c, d\ son\ numeros\ reales\ y\ \ a\ es\ una\ constante\ siempre\ distinta\ de\ 0.$

Representación Gráfica de la Función Cubica

La función cubica tiene la siguiente representación gráfica sobre el eje de coordenadas:

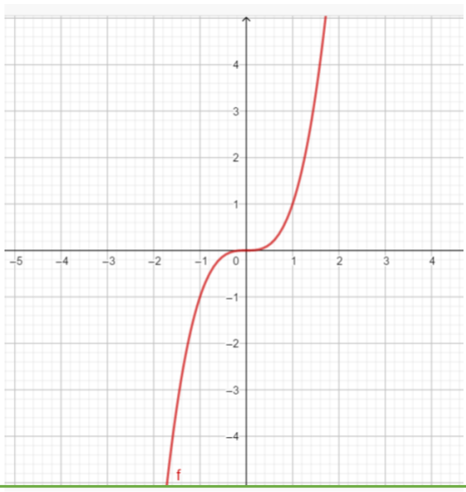


Podemos observar que la función cuadrática tiene las siguientes propiedades:

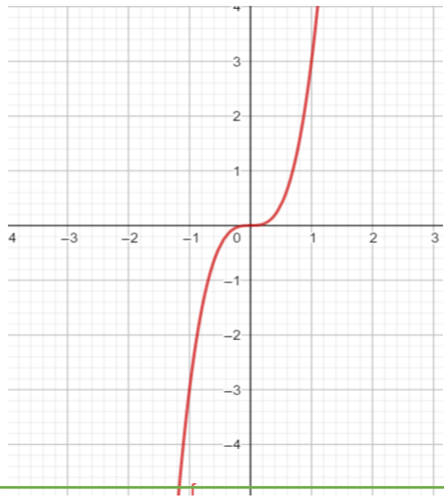
- ***Poseen vértices (donde se encuentran los máximos y mínimos locales)***
- ***Poseen raíces*** *(punto o puntos donde la función cúbica corta el eje horizontal (y = 0).*

<u>*Veamos algunos ejemplos de funciones cúbicas*</u>

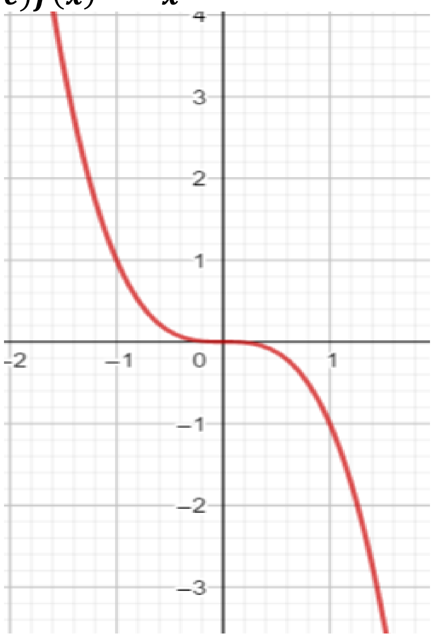
$\boldsymbol{a) f(x) = x^3}$



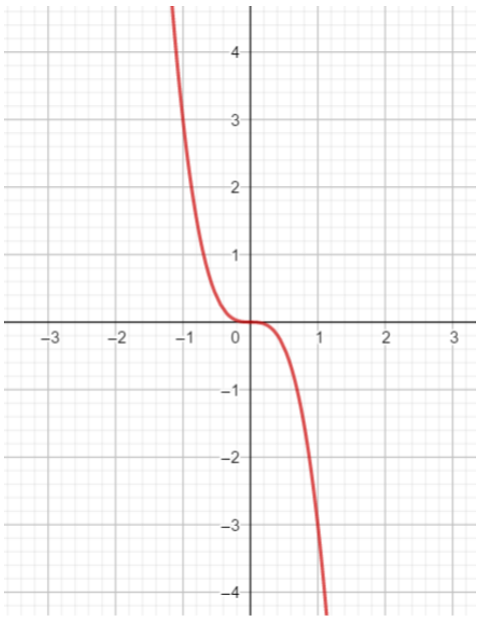
$\boldsymbol{b) f(x) = 3.x^3}$



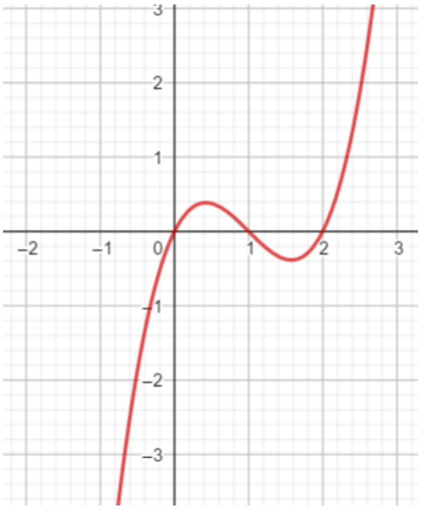
$\boldsymbol{c) f(x) = -x^3}$



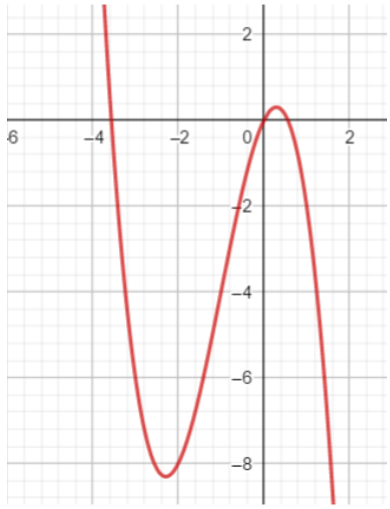
$\boldsymbol{d) f(x) = -3.x^3}$



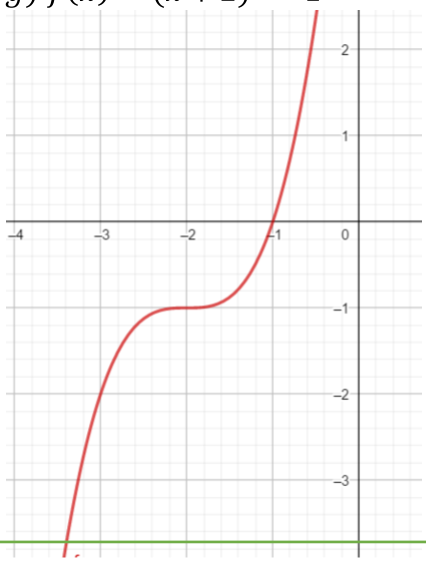
$e) f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$



$f)\ f(x) = -x^3 - 3x^2 + 2x$



$g)\ f(x) = (x+2)^3 - 1$



$h)\ f(x) = -(x-2)^3 + 1$

Estos son algunos ejemplos de diferentes funciones cubicas que nos podemos llegar a encontrar. A fines prácticos solamente trabajaremos en el análisis y construcción de las funciones de los ejemplos "a, b, c, d, g y h".

Entonces, vamos a trabajar con las funciones cubicas de la forma:

$$\boxed{f(x) = ax^3} \quad y \quad \boxed{f(x) = a(x-h)^3 + k}$$

La primera forma la llamaremos forma polinómica, y la segunda la forma canónica que seguramente vieron esta misma forma en la función cuadrática.

Las ***características generales*** *de las funciones polinómicas de tercer grado son*:

1) *El dominio de las funciones cúbicas es R.*
2) *El recorrido de las funciones es R.*
3) *Son funciones continuas en todo R.*
4) *Cortan al eje x en uno, dos o tres puntos, según el número de raíces reales de* $\boldsymbol{f(x) = a.x^3 + b.x^2 + c.x + d}$
5) *Cortan al eje y en el punto (0 , d) , pues f(0) = d .*

Veamos como resolveremos los ejercicios.

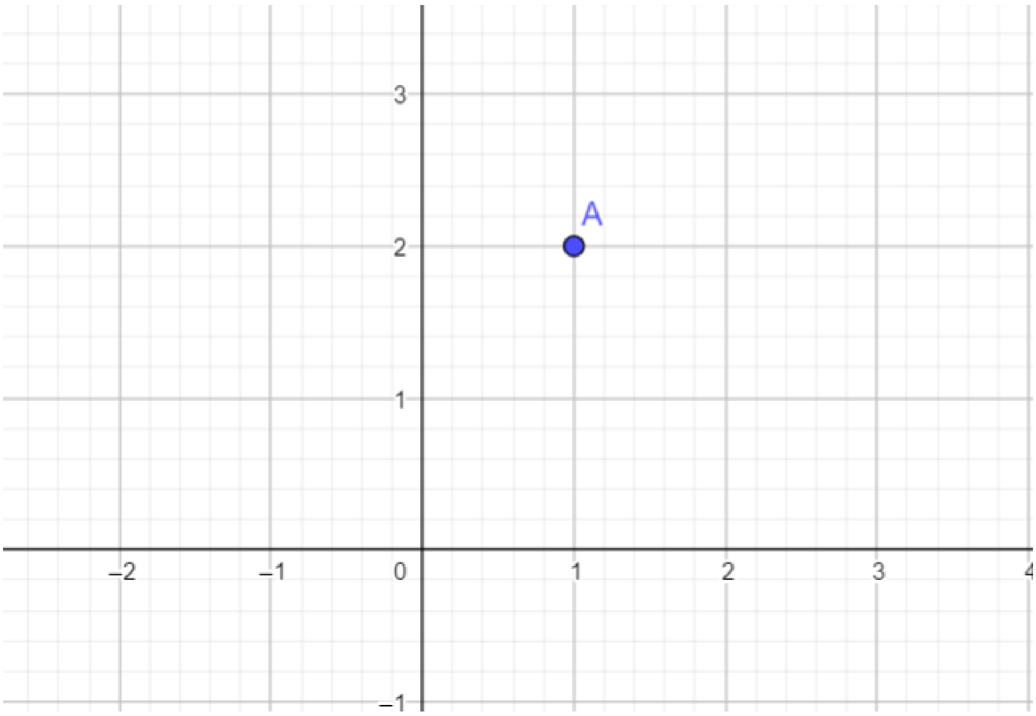
Sea la función $f(x) = (x-1)^3 + 2$, graficar y realizar el análisis completo.

En primer lugar, vamos a trazar los ejes cartesianos y vamos a ubicar el punto (h;k).
¿Cómo sabemos cuánto vale k y h? Mirando la expresión de la función.

$$f(x) = (x - 1)^3 + 2$$

k=2

h= 1(es el que está acompañando a la x pero cambiado de signo)



Luego, vamos a ***buscar la raíz*** *de esta función. En este caso es muy sencillo, basta con realizar lo siguiente*

$$f(x) = (x-1)^3 + 2$$

Entonces, hacemos → $\boxed{0 = (x-1)^3 + 2}$ *Igualamos a 0 y despejamos x.*

$$-2 = (x-1)^3$$

$$\sqrt[3]{-2} = x - 1$$

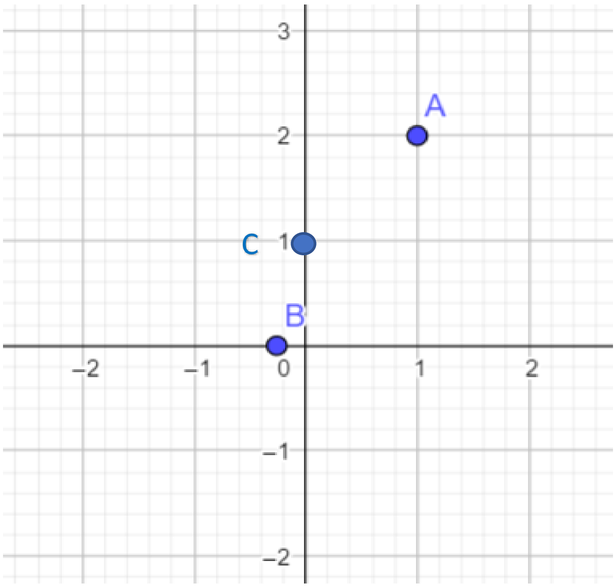
$$-1{,}26 = x - 1$$

$$-1{,}26 + 1 = x \rightarrow \boxed{x = -0{,}26}$$

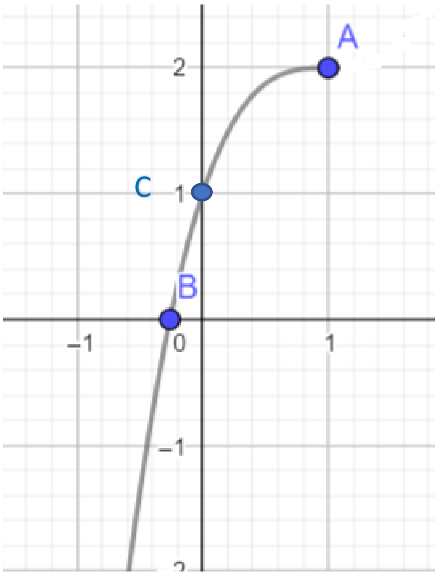
Por lo tanto, la raíz de esta función es $x = -0{,}26$. Ahora tenemos otro punto importante $(-0{,}26; 0)$ y lo marcamos en nuestra gráfica.

Calculamos ahora la ordenada (reemplazamos la x por cero en la función)

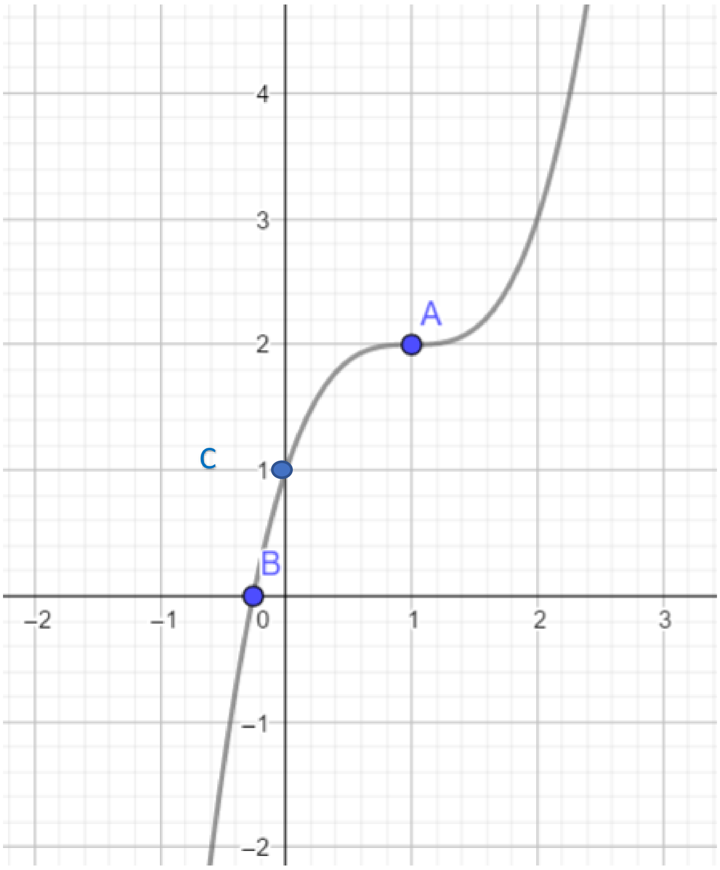
$f(0) = (0-1)^3 + 2 = (-1)^3 + 2$ = -1 + 2 = 1 (punto de corte con el eje Y (o,1))



Luego vamos a marcar la primera parte de mi gráfica de esta manera.



Por último, realizamos lo mismo como si fuera un espejo de la siguiente manera.



Con esto concluimos el trabajo de graficar.
Faltaría el análisis completo.

Dominio: *R (Todos lo reales, esto sucede siempre).*
Imagen: *R (Todos lo reales, esto sucede siempre).*
Punto de inflexión: *A=(1;2) (Es el punto donde cambia la concavidad).*
Raíz: *(-0,26;0) (Es el punto donde la gráfica corta al eje x).*
Crecimiento: *(-∞;+∞)=R (todos los reales)*
Decrecimiento : *En este caso no decrece*
$\boldsymbol{c}^{-} = (-\infty; -0{,}26)$
$\boldsymbol{c}^{+} = (-0{,}26; +\infty)$
Ordenada al origen: *Punto=(0;1) (Donde la gráfica corta al eje Y)*

Antes de realizar los ejercicios te sugiero mirar los siguientes videos
https://www.youtube.com/watch?v=zGo8-fkQ5hk
https://www.youtube.com/watch?v=p-29BQPdcD4

EJERCICIO 1: Realizar *los gráficos correspondientes a cada función y realizar análisis completo. (NO UTILIZAR TABLA DE VALORES)*

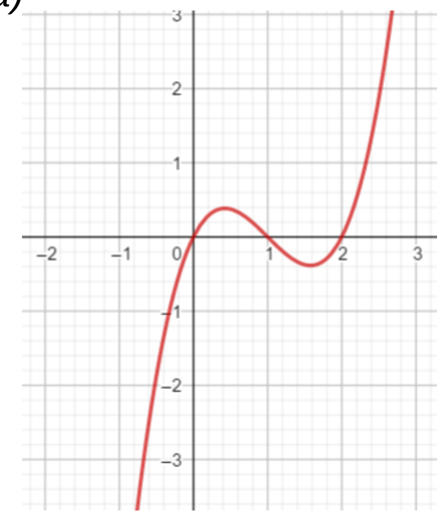
$a) f(x) = (x-1)^3 + 8$ $\quad\quad d)\ s(x) = 2.(x+2)^3 - 2$

$b)\, g(x) = (x-2)^3 - 1$ $\qquad$ $e)\ q(x) = -(x-1)^3 + 1$

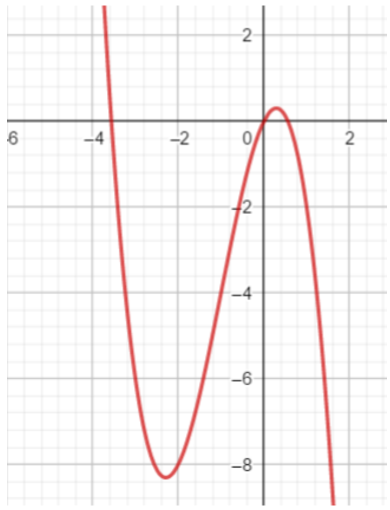
$c)\, h(x) = (x+3)^3 - 1$ $\qquad$ $f)\ q(x) = -2.(x-3)^3 + 2$

EJERCICIO 2 : *Analizar las siguientes funciones:*

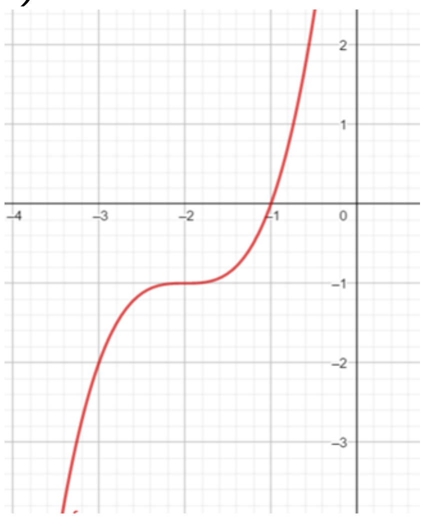
a)



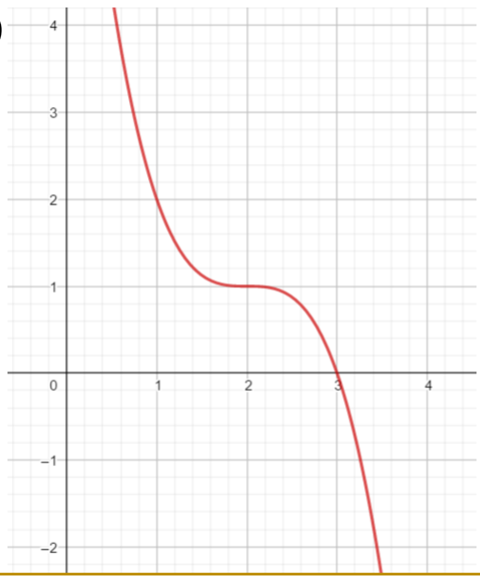
b)



c)



d)



Para comprobar si tus gráficos están bien podes usar geogebra como lo muestra el siguiente video

https://www.youtube.com/watch?v=PcYaLbx9e8g